

# Quantenfeldtheorien

Paul Natterer

2008 [2004]

## *(I) Zur Mathematik der Quantenfeldtheorie*

Man unterscheidet grundsätzlich in den Quantenfeldtheorien zwei Symmetriegruppen, also zwei Gruppen oder Klassen von Invarianten oder Gesetzen: die **quantitative**, dimensionale **Raumzeit-Gruppe** und die **qualitative, lokale Symmetriegruppe**, auch Zustandsraum genannt.

Dazu sollte man bei der Beschäftigung mit Quantenfeldtheorien wissen, dass Funktionen bzw. Differentialgleichungen der klassischen Physik (Differential- und Integralrechnung) durch Vektoren ersetzt werden können (Vektorrechnung).

- (1) Der geniale Göttingen Mathematiker David Hilbert hatte gezeigt, dass Funktionen sich formal genauso verhalten wie Vektoren: Sie bilden eine mathematische Superstruktur, die mit der Superstruktur von Vektoren, dem Vektorraum, übereinstimmt. Man nennt sie hier den **Hilbert-Raum**.
- (2) Der Unterschied ist lediglich der, dass eine Funktion unbestimmt ist, d.h. unendlich viele Komponenten (x/y-Werte) haben kann, während Vektoren nur eine bestimmte Anzahl  $n$  an Dimensionen haben. Mit Funktionen kann man dieselben Operationen ausführen wie mit Vektoren. Im Fall der Vektoren geschieht dies durch eine Matrix, mit der der Vektor in der Regel multipliziert wird. Was entsteht ist wieder ein Vektor.
- (3) Im Fall der Funktion nennt man die Matrix einen Operator. Auch er erzeugt durch Multiplikation mit einer Funktion eine neue Funktion höherer Ordnung. Matrizen und Operatoren haben im Allgemeinen zwei Wirkungen: Sie ändern Länge (Streckung) und Richtung (Drehung) der Vektoren bzw. Funktionen.
- (4) Besonders wichtig für die Physik sind nun Operationen, bei denen keine Drehung erfolgt, was bedeutet, dass die ursprüngliche und die neue Funktion parallel laufen. Funktionen, die von einem bestimmten gegebenen Operator nicht gedreht werden, heißen seine **Eigenfunktionen**. Die sich ergebenden zugehörigen Werte heißen die **Eigenwerte** des Operators.

- (5) Damit können wir die Axiome oder Grundgesetze der Quantenmechanik nachvollziehen:
1. Ein physikalisches System wird durch eine Funktion  $\Psi$  dargestellt (= Zustandsfunktion  $\Psi$ ).
  2. Jede physikalische Größe entspricht einem Operator (Orts-, Impuls-, Zeit-, Energie-Operator).
  3. Genau bestimmte physikalische Größen sind Eigenwerte von Eigenfunktionen des Operators.
  4. Komplexe physikalische Systeme lassen sich durch ein Gemisch übereinander gelagerter (addierter) Zustandsfunktionen  $\Psi$  „zusammenbauen“, die man aber alle als gleichzeitig vorhanden betrachten kann. Der Anteil der einzelnen Zustandsfunktionen (z.B. die Lage- oder Impuls-Operatoren) an messbaren, präzise bestimmbar physikalischen Größen ist nur bis zu einer bestimmten Grenze von Genauigkeit oder Wahrscheinlichkeit zu ermitteln (= **Heisenberg'sche Unbestimmbarkeitsrelation**).
- (6) Solchermaßen beschriebene Quantenobjekte haben einen aktuellen Zustand und einen Spielraum von Möglichkeiten (Möglichkeitsraum), der ihren Typ oder ihre Art bestimmt. Typische Arteigenschaften sind allgemeine Merkmale wie Gewicht, Energie, Drehsinn. Beides zusammen nennt man den Zustandsraum (*state space*). Dieser Zustandsraum eines Operators ist ein komplexer Hilbertraum.
- (7) Die vollständige Menge von Eigenzuständen ist die Basis oder das Koordinatensystem dieses Hilbertraums. Jeder einzelne Eigenzustand ist eine Achse des Koordinatensystems eines n-dimensionalen Zustandsraums.
- (8) Diese Quantenobjekte und ihre Eigenschaften sind – nach bestimmten Deutungen der Quantentheorie wie z.B. der Quantenpotenzialerklärung – auch physikalisch real. Sie sind nur nicht direkt, sondern lediglich indirekt beobachtbar. Sie befinden sich einfach in einer unsichtbaren sehr komplexen Welt mit viel mehr Dimensionen.

*(II) Wissenschaftsphilosophisch interessante Gesichtspunkte  
der Quantenfeldtheorien*

Hier nun eine Übersicht der zentralen Aussagen und der philosophisch interessanten Gesichtspunkte der Quantenfeldtheorien:

- (1) Ein quantenphysikalisches System / Ereignis hat zwei Ebenen: (A) quantitativ: **extensional-numerisch** und (B) qualitativ: **intensional-begrifflich**.
- (2) Die Ebene (A) ist das Koordinatensystem der **raumzeitlichen Symmetriegruppe** und leistet die Individuierung und Dislokierung eines Systems / Ereignisses. Sie ist die Domäne der Relativitätstheorie.

- (3) Die raumzeitliche Symmetriegruppe wird begrifflich erzeugt (Differentialgeometrie) und ist als durch Wahrnehmung und Denken bedingte Realität eine Voraussetzung der relationalen und metrischen Zeitordnung.
- (4) Die Ebene (B) ist die **lokale Symmetriegruppe** (lokales Quantenfeld) und leistet die Bestimmung der Inhalte und kausalen Relationen der Raum-Zeit-Punkte oder Ereignisse der raumzeitlichen Symmetriegruppe. Sie ist die Domäne der Quantenfeldtheorie.
- (5) Die Ebene (B) ist ein n-dimensionaler **Zustandsraum** (Hilbertraum / Vektorraum), bestehend aus dem aktuellen Zustand (**Zustandsfunktion**) und möglichen Transformationen (= **Möglichkeitsraum** von nicht wahrnehmbaren, für uns nur impliziten Systemeigenschaften und expliziten, distinkten Merkmalen wie Gewicht, Energie, Drehsinn).
- (6) Explizit bestimmte physikalische Merkmale bzw. Größen sind Eigenzustände von Zustandsfunktionen (= Eigenwerte von Eigenfunktionen, d.h. solche, die bei Transformationen nicht die Richtung wechseln).
- (7) Die Menge der Eigenzustände bildet die Koordinatenachsen oder die Basis des Zustandsraums.
- (8) Quantenmechanische wie makrokosmische Erfahrungsurteile haben ich-intentionale Struktur: Objektive Lokalisierung und Datierung von Quantenereignissen hängt von einer transzendentalen Raumzeit-Ordnung des kognitiven Subjekts ab: Die Differenzierung von Raum und Zeit aus dem 4-dimensionalen Raumzeit-Kontinuum des Quantenfeldes geschieht durch das kognitive Bewusstsein (Auyang 1995, Rohs 1996) + Auftreten mikro- und makroskopischer räumlicher Gegenstände und zeitlicher Ereignisse unserer Erfahrungswelt ist eine Wahrnehmungs- und Kognitionsleistung: „The reality that is meaningful to us is structured by the mind“ (Auyang 1995, 195).
- (9) Das ursprüngliche kognitive Selbstbewusstsein ist notwendige Bedingung für alle andere inhaltliche Erfahrung (Rohs 1996).

Weiterführende Literatur: Auyang, S. Y. (1995) *How is Quantum Field Theory Possible?*, New York; Rohs, P. (1996) *Feld-Zeit-Ich: Entwurf einer feldtheoretischen Transzendentalphilosophie*, Frankfurt a. M.; Teller, P. (1995) *An Interpretive Introduction to Quantum Field Theory*, Princeton; Bitbol, M. (1998) Some Steps towards a transcendental Deduction of Quantum Mechanics. In: *Philosophia naturalis* 35 (1998), 253-280; Carrier, M. (2009) *Raum-Zeit*, Berlin/New York; Natterer, P. (2011) *Philosophie des Geistes. Mit einem systematischen Abriss zur Biologischen Psychologie und zur Kognitionswissenschaft*, Norderstedt, v.a. Kap. 14, 227–295; Jaegwon Kim: Physicalism or Something Near Enough; Elsfeld, M. (2011) *Einführung in die Naturphilosophie*, 2. Aufl. Darmstadt, Kapitel 3, 4, und 6.